

VIII OLIMPIADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
TERCER NIVEL



APELLIDO:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOMBRES:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,
LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

En un tablero de 5×9 se juega al siguiente juego: Inicialmente se colocan fichas en algunas casillas (ninguna casilla puede tener más de una ficha). Una *movida* consiste en mover simultáneamente todas las fichas según las siguientes reglas.

- Cada ficha se mueve a una casilla vecina siempre que la casilla de llegada esté vacía al recibir la ficha y que al finalizar la movida en cada casilla haya a lo sumo una ficha.
- Si una ficha se movió hacia \uparrow ó \downarrow , luego se debe mover hacia \rightarrow ó \leftarrow en la siguiente movida y viceversa.

El juego termina cuando es imposible hacer una movida.

- Demostrar que si inicialmente hay 33 fichas el juego terminará.
 - Demostrar que es posible ubicar 32 fichas de modo que el juego no termine nunca.
- Nota.* Dos casillas son vecinas si comparten un lado.

Problema 2

Una sucesión: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ de enteros positivos es tal que:

cada número es mayor que el anterior, o sea $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n < \dots$ y

$$a_{2n} = a_n + n, \text{ para todo } n = 1, 2, \dots$$

Si el número a_{2018} es igual al menor primo mayor que 2018, determinar n tal que la suma de los primeros n términos sea igual a 6060, o sea, tal que $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 6060$.

Problema 3

Sean A, P y Q tres puntos no alineados en el plano. Construir, con una regla sin medidas y un compás, un cuadrado tal que

- uno de sus vértices sea el punto A , y
- los dos lados que no contienen a A pertenezcan a rectas que pasan por P y Q respectivamente. Indicar los pasos de la construcción.